



*1, 2, 3...Sciences*

*Année académique 2018-2019*

---

EXERCICES DE MATHÉMATIQUES  
RÉVISIONS EN VUE DE L'EXAMEN DU 7/01/2019

---

**Exercices divers**

1. Résoudre les équations et inéquations suivantes (pour (c) et (d), on suppose que  $x \in [\pi, 3\pi]$ )

$$\begin{array}{ll} (a) 3x|x-2| = x-2 & (b) \frac{|1-x|}{x^2-1} \geq x-1 \\ (c) \cos(3x) - \sin(x) = 0 & (d) \sin(2x) \leq \sin(x) \end{array}$$

2. Si elles sont définies, simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$\begin{array}{ll} (a) \cos(\ln(e^{-2\pi/3})) + \sin(\operatorname{tg}(3\pi/4)) \\ (b) \arcsin(1 - \cos(7\pi/6)) + \arccos(\cos(4\pi/3)) \end{array}$$

3. Dans un repère orthonormé, on donne les points  $A, B, C$  dont les coordonnées sont  $A(-1, 0, 3)$ ,  $B(1, 2, -1)$  et  $C(4, 1, 2)$ . Calculer

$$\begin{array}{ll} (a) 3\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} \\ (b) \text{les composantes de } \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{BC} \\ (c) \text{les composantes de la projection orthogonale de } \overrightarrow{AC} \text{ sur } \overrightarrow{BC}. \end{array}$$

4. Si elles existent, déterminer les limites suivantes

$$\begin{array}{ll} (a) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(2x+3)}{x+1} & (b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|1+x|}{\sqrt{1-x^2}} \\ (c) \lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{x^3-1}{-2x}\right) & (d) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\exp(-3x)-1}{2x} \\ (e) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\ln(-5x-1) - \ln|ex|) & (f) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-4x^2+x+6}{x^2-1} \end{array}$$

5. Où la fonction  $x \mapsto \arcsin(\sqrt{1-x^2})$  est-elle définie ? dérivable ? En déterminer la dérivée première.

6. On donne les fonctions par les expressions explicites suivantes. En déterminer le domaine de définition, de continuité, de dérivabilité et en calculer la dérivée première.

$$\begin{array}{ll} (a) \frac{x}{x^2-1} & (b) \cos(\sqrt{1-4x^2}) \\ (c) \exp\left(\frac{1}{1-x}\right) & (d) \operatorname{arctg}(\sin(x^2)) \\ (e) x \pi^x & (f) x^x \\ (g) \ln(|2x+1|+x) & (h) (x-1)|x-1| \end{array}$$

7. Si elles existent, déterminer la valeur des intégrales suivantes et simplifier la réponse au maximum.

$$\begin{array}{ll} (a) \int_{-2}^{-1} \frac{\ln(-3x)}{x} dx & (b) \int_{-\infty}^0 xe^{3x} dx \\ (c) \int_{-\infty}^1 \frac{1}{2-x} dx & (d) \int_{-4}^4 \sqrt{x^2} dx \\ (e) \int_4^5 \frac{2}{x(x^2-6x+9)} dx & \end{array}$$

8. Résoudre les équations suivantes dans  $\mathbb{C}$ .

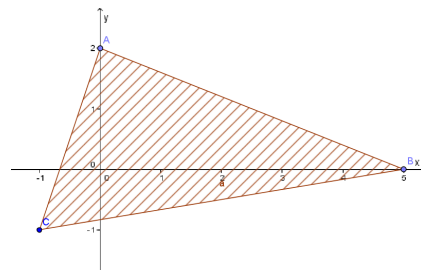
$$\begin{array}{ll} (a) x^2 + 2 = -ix \\ (b) 27 + x^3 = 0 \end{array}$$

9. Représenter dans un repère orthonormé l'ensemble dont une description analytique est la suivante

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 \geq x^2 \geq 1 - 9y^2\}.$$

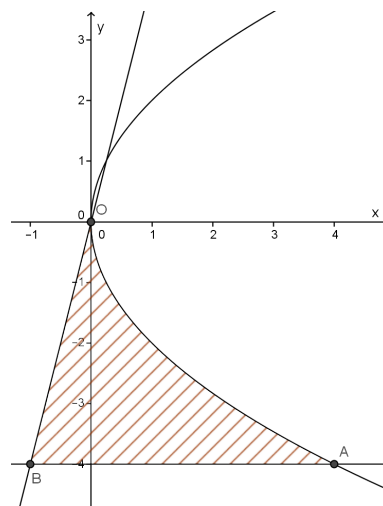
10. Décrire analytiquement l'ensemble fermé hachuré suivant

- (1) en commençant par l'ensemble de variation des abscisses puis, à abscisse fixée, l'ensemble de variation des ordonnées
- (2) idem mais en commençant par l'ensemble de variation des ordonnées.



11. Décrire analytiquement l'ensemble fermé hachuré suivant

- (1) en commençant par l'ensemble de variation des abscisses puis, à abscisse fixée, l'ensemble de variation des ordonnées
- (2) idem mais en commençant par l'ensemble de variation des ordonnées.



12. Déterminer l'ensemble des solutions des équations différentielles suivantes ( $f$  est la fonction inconnue)

$$a) D^2 f(x) + f(x) = e^{ix} \quad b) 9D^2 f(x) + 6Df(x) + f(x) = \sin\left(\frac{x}{3}\right)$$

### Problèmes élémentaires

1. La distance de freinage (en mètres) d'une voiture roulant à  $v$  km/h sur sol sec est donnée par
  - (a)  $\left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{2}$  si cette voiture est équipée de freins normaux
  - (b)  $v$  si cette voiture est équipée de freins ABS spéciaux.

Déterminer les vitesses pour lesquelles la voiture équipée de freins ABS est plus performante quant à la distance de freinage.

2. Lors d'une interrogation, un étudiant doit répondre à 100 questions d'un QCM. Pour toute réponse correcte, il obtient 1 point et pour toute réponse incorrecte, on lui retire 0,25 point. Sachant qu'il obtient 53,75 points comme cote finale et qu'il est obligé de répondre à toutes les questions, quel est le nombre de réponses correctes fournies ?