



*1, 2, 3...Sciences*

*Année académique 2018-2019*

---

Mathématique et physique : 1er bloc

Test du 18-09-18

Correction

---

---

---

## QUESTIONNAIRE

---

### Problèmes élémentaires

**Rédiger** une solution des problèmes simples suivants.

#### Mathématique :

1. Un tonneau rempli à moitié d'eau pèse 56 kg. Rempli aux deux tiers d'eau, il pèse un centième de tonne de plus. Quelle est la capacité en hl de ce tonneau et quelle est la masse en kg du tonneau vide ?

2. L'audience d'une émission de télévision a augmenté un jour de 40 % avant de diminuer le lendemain de 30 %. Déterminer le pourcentage de variation totale d'audience sur ces deux jours en précisant s'il s'agit d'une augmentation ou d'une diminution.

#### Physique :

3. Sur terre, en négligeant les frottements de l'air, donner une approximation, en nombre entier de secondes, du temps de chute d'un corps lâché d'une altitude de 180 m.  
(On prendra une valeur approchée de l'accélération due à la pesanteur égale à  $10 \text{ m/s}^2$ .)

### Transcodage

1. Exprimer en **français** la définition ci-dessous (**ATTENTION : ne pas se limiter à une lecture de symboles**. Par exemple, on exprime «  $a + b$  avec  $a, b \in \mathbb{R}$  » par « la somme de deux réels » et non «  $a$  plus  $b$  avec  $a, b$  appartenant à  $\mathbb{R}$  ») :

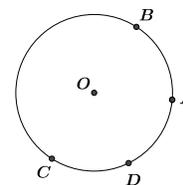
$$\exp(-x) = \frac{1}{\exp(x)}, \forall x \in \mathbb{R}.$$

2. Exprimer en **symboles mathématiques** la phrase entre guillemets :  
« L'énergie cinétique d'un corps est égale à la moitié du produit de sa masse par le carré de sa vitesse. »

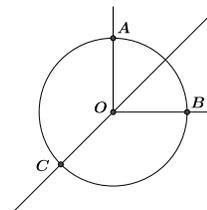
### Représentation graphique

1. Soient A, B, C et D quatre points d'un même cercle de centre O, tels que DO est parallèle à AB et C est le symétrique de A par rapport à DO.

Si la mesure de l'angle  $\widehat{OAB}$  vaut  $\theta$  radians, que valent les mesures des angles suivants :  $\widehat{OBA}$ ,  $\widehat{OAC}$ ,  $\widehat{AOC}$ ,  $\widehat{DOC}$  ?



2. La figure suivante représente un cercle de rayon 3 centré en O, deux demi-droites OA et OB perpendiculaires ; la droite OC est la bissectrice de l'angle  $\widehat{AOB}$ . Que vaut le produit scalaire  $\vec{OA} \bullet \vec{OC}$  ?



3. Dans un **même** repère orthonormé, représenter avec précision les courbes dont voici les équations en accompagnant le graphique du numéro de l'équation.

(1)  $y - 4 = 0$       (2)  $y - 4 = x$       (3)  $y - 4 = -x^2$       (4)  $y^2 - 4 = -x^2$

Techniques de calcul

1. Résoudre ( $x$  est une inconnue réelle)

(a)  $\frac{2-x}{3} = \frac{x}{4} + \frac{3}{2}$

(b)  $2x^2 + 2x = 3$

(c)  $\frac{x}{3-x} \leq 1$ .

2. Résoudre ( $x$  est une inconnue réelle)

$$\sin(2x) + \cos(x) = 0.$$

Donner les solutions qui appartiennent à  $[-\pi, \pi]$ .

QCM (Réponse correcte : +1 ; réponse incorrecte : -0,25 ; pas de réponse : 0)

Pour chacune des questions suivantes, choisir parmi les différentes affirmations **celle** qui est correcte et colorier **complètement** la case qui la précède.

1. Si on divise par deux la mesure du côté d'un cube, alors

l'aire d'une face du cube est divisée par 2

le volume du cube est divisé par 6

le périmètre d'une face du cube est divisé par 4

une donnée est manquante

Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

2. Si  $r$  est un réel strictement négatif, alors  $|r - 1|$  vaut

$r - 1$

$-r - 1$

$r + 1$

$-r + 1$

Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

3. Un enfant a déjà colorié trois septièmes de son dessin. Sa grande soeur s'amuse également en coloriant un sixième de la figure qu'il a laissée non coloriée. Au total, quelle est la partie non coloriée ?

$17/42$

$10/21$

$1/2$

$35/42$

Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

4. Si  $f$  est la fréquence et  $l$  la longueur d'un pendule et si  $g$  est l'accélération due à la pesanteur, alors

on a  $f = c\sqrt{\frac{g}{l}}$ , où  $c$  désigne une constante strictement positive.

Si on veut une fréquence une demi fois moins élevée, comment varie la longueur de ce pendule ?

Elle doit être divisée par  $1/4$ .

Elle doit être multipliée par 2.

Elle doit être divisée par 4.

Elle doit être diminuée de 50%.

Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

5. Le graphique ci-dessous représente la position  $x$  en fonction du temps  $t$  d'un mobile qui se déplace de manière rectiligne. Si  $b$  et  $c$  sont deux constantes réelles positives, laquelle des expressions données décrit le mieux l'accélération  $a$  du mobile ?

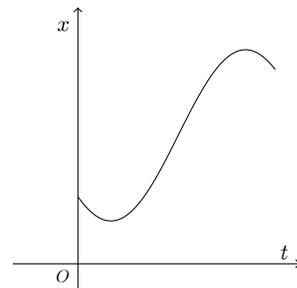
$a(t) = 0$

$a(t) = b$

$a(t) = -c$

$a(t) = b + ct$

Aucune des propositions précédentes n'est correcte.



---

CORRIGE

---

**Problèmes élémentaires**

Rédiger une solution des problèmes simples suivants.

**Mathématique :**

1) Un tonneau rempli à moitié d'eau pèse 56 kg. Rempli aux deux tiers d'eau, il pèse un centième de tonne de plus. Quelle est la capacité en hl de ce tonneau et quelle est la masse en g du tonneau vide ?

**Solution.**

Notons  $x$  le poids en kg du tonneau vide et  $y$  le poids en kg de l'eau quand il est rempli. Puisque 1 tonne vaut 1000 kg, rempli aux  $\frac{2}{3}$ , le tonneau pèse 10 kg de plus que lorsqu'il est rempli à moitié, à savoir 66 kg.

On a donc le système suivant

$$\begin{cases} x + \frac{y}{2} = 56 \\ x + \frac{2y}{3} = 66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 112 \\ 3x + 2y = 198 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 26 \\ y = 60 \end{cases} .$$

Comme 1 l d'eau pèse 1 kg, que 1 hl = 100 l et que 1 kg = 1000 g, le tonneau peut contenir 60 kg c'est-à-dire 60 l ou encore 0,6 hl d'eau et vide il pèse 26 kg, à savoir 26 000 g.

En conclusion, la capacité du tonneau est de 0,6 hl et vide, il pèse 26 000 g.

2) L'audience d'une émission de télévision a augmenté un jour de 40 % avant de diminuer le lendemain de 30 %. Déterminer le pourcentage de variation totale d'audience sur ces deux jours en précisant s'il s'agit d'une augmentation ou d'une diminution.

**Solution.**

Soit  $A$  l'audience de l'émission. A la fin du premier jour, elle passe à  $1,4A$ . Le deuxième jour, la diminution de 30 % l'amène à  $(1,4A) \cdot 0,7 = 0,98A$ . Au final, l'audience a donc subi une diminution de 2 % sur ces deux jours.

**Physique :**

3) Sur terre, en négligeant les frottements de l'air, donner une approximation, en nombre entier de secondes, du temps de chute d'un corps lâché d'une altitude de 180 m. (On prendra une valeur approchée de l'accélération due à la pesanteur égale à  $10 \text{ m/s}^2$ .)

**Solution.**

Si  $t \in \mathbb{N}_0$  est le temps de chute du corps exprimé en secondes, on a  $180 = \frac{1}{2}gt^2$ ,  $g$  étant l'accélération due à la pesanteur à la surface de la Terre.

En prenant  $g$  égal à  $10 \text{ m/s}^2$ , on a alors  $36 = t^2 \Leftrightarrow t = 6$  puisque  $t > 0$ . Ainsi, un corps lâché à 180 m met approximativement 6 secondes avant de toucher le sol.

**Transcodage**

1. Exprimer en français la propriété ci-dessous (**ATTENTION** : ne pas se limiter à une lecture de symboles. Par exemple, on exprime «  $a + b$  avec  $a, b \in \mathbb{R}$  » par « la somme de deux réels » et non «  $a$  plus  $b$  avec  $a, b$  appartenant à  $\mathbb{R}$  ») :

$$\exp(-x) = \frac{1}{\exp(x)}, \forall x \in \mathbb{R}.$$

**Solution.**

L'exponentielle de l'opposé d'un réel vaut l'inverse de l'exponentielle de ce réel.

2. Exprimer en symboles mathématiques la phrase entre guillemets :  
« L'énergie cinétique d'un corps est égale à la moitié du produit de sa masse par le carré de sa vitesse. »

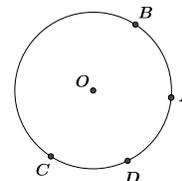
**Solution.** Si  $E_c$  est l'énergie cinétique d'un corps de masse  $m$  animé d'une vitesse  $v$ , alors on a

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2.$$

**Représentation graphique**

1. Soient A, B, C et D quatre points d'un même cercle de centre O, tels que DO est parallèle à AB et C est le symétrique de A par rapport à DO.

Si la mesure de l'angle  $\widehat{OAB}$  vaut  $\theta$  radians, que valent les mesures des angles suivants :  $\widehat{OBA}$ ,  $\widehat{OAC}$ ,  $\widehat{AOC}$ ,  $\widehat{DOC}$  ?



**Solution.**

L'amplitude de l'angle  $\widehat{OBA}$  vaut  $\theta$ .

(l'angle  $\widehat{OBA}$  est le second angle à la base du triangle AOB isocèle)

L'amplitude de l'angle  $\widehat{OAC}$  vaut  $\pi/2 - \theta$ .

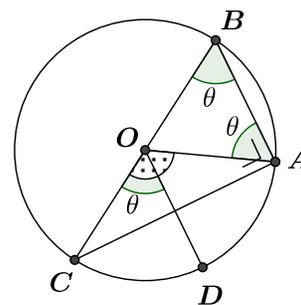
(les angles  $\widehat{OAC}$  et  $\widehat{OAB}$  sont complémentaires puisque ABC est un triangle rectangle en A)

L'amplitude de l'angle  $\widehat{AOC}$  vaut  $2\theta$ .

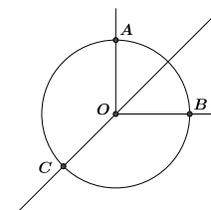
(l'angle  $\widehat{AOC}$  est un angle au centre d'un cercle et qui intercepte le même arc que l'angle inscrit dans ce cercle  $\widehat{OBA}$ )

L'amplitude de l'angle  $\widehat{DOC}$  vaut  $\theta$ .

(les angles  $\widehat{DOC}$  et  $\widehat{ABO}$  sont correspondants)



2. La figure suivante représente un cercle de rayon 3 centré en O, deux demi-droites OA et OB perpendiculaires ; la droite OC est la bissectrice de l'angle  $\widehat{AOB}$ . Que vaut le produit scalaire  $\vec{OA} \bullet \vec{OC}$  ?



**Solution.**

Puisque la droite  $OC$  est la bissectrice de l'angle  $\widehat{AOB}$ , l'angle  $\widehat{AOC}$  a donc une mesure égale à  $3\pi/4$ . Par conséquent, on a

$$\vec{OA} \bullet \vec{OC} = \|\vec{OA}\| \cdot \|\vec{OC}\| \cdot \cos(\widehat{AOC}) = 3 \cdot 3 \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -9 \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

3. Dans un même repère orthonormé, représenter avec précision les courbes dont voici les équations en accompagnant le graphique du numéro de l'équation.

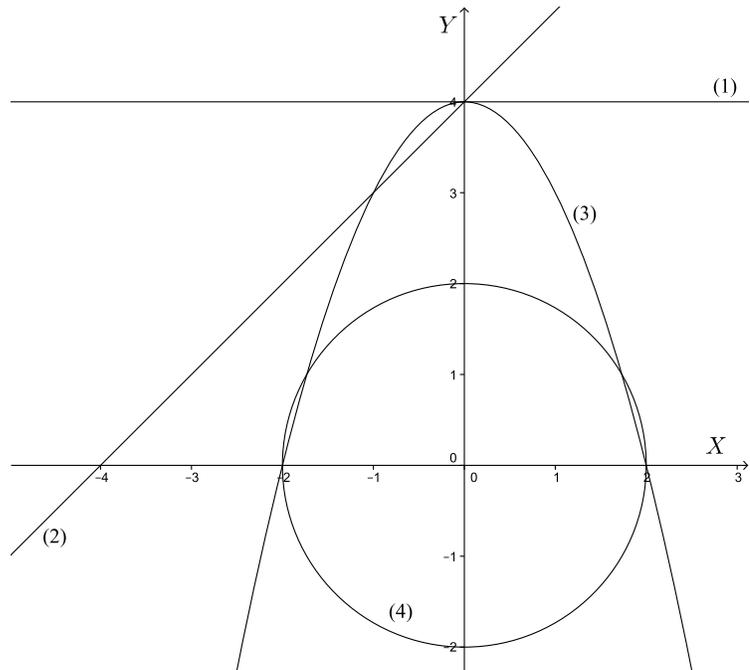
**Solution.**

(1)  $y - 4 = 0$

(2)  $y - 4 = x$

(3)  $y - 4 = -x^2$

(4)  $y^2 - 4 = -x^2$



**Techniques de calcul**

1. Résoudre ( $x$  est une inconnue réelle)

(a)  $\frac{2-x}{3} = \frac{x}{4} + \frac{3}{2}$

(b)  $2x^2 + 2x = 3$

(c)  $\frac{x}{3-x} \leq 1$ .

**Solution.**

1. (a) On a

$$\begin{aligned} \frac{2-x}{3} = \frac{x}{4} + \frac{3}{2} &\Leftrightarrow \frac{4(2-x)}{12} = \frac{3x+18}{12} \\ &\Leftrightarrow 8-4x = 3x+18 \\ &\Leftrightarrow 7x = -10 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{-10}{7}. \end{aligned}$$

Dès lors, l'ensemble des solutions est l'ensemble  $S = \left\{ \frac{-10}{7} \right\}$ .

(b) L'équation donnée est équivalente à  $2x^2 + 2x - 3 = 0$ .  
Comme son discriminant  $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 28$ , les solutions sont

$$\frac{-2 - \sqrt{28}}{4} = \frac{-1 - \sqrt{7}}{2} \quad \text{et} \quad \frac{-2 + \sqrt{28}}{4} = \frac{-1 + \sqrt{7}}{2}.$$

Dès lors, l'ensemble des solutions est l'ensemble  $S = \left\{ \frac{-1 - \sqrt{7}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{7}}{2} \right\}$ .

(c) Si  $x \neq 3$ , l'inéquation donnée est équivalente à

$$\begin{aligned} \frac{x}{3-x} \leq 1 &\Leftrightarrow \frac{x - (3-x)}{3-x} \leq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2x-3}{3-x} \leq 0. \end{aligned}$$

En étudiant le signe du premier membre, on a  $x \in ]-\infty, \frac{3}{2}]$  ou  $x \in ]3, +\infty[$ .

Dès lors, l'ensemble des solutions est l'ensemble  $S = ]-\infty, \frac{3}{2}] \cup ]3, +\infty[$ .

## 2. Résoudre ( $x$ est une inconnue réelle)

$$\sin(2x) + \cos(x) = 0.$$

Donner les solutions qui appartiennent à  $[-\pi, \pi]$ .

**Solution.**

L'équation est définie sur  $\mathbb{R}$ . Puisque  $\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$ , on obtient successivement

$$\begin{aligned} \sin(2x) + \cos(x) = 0 &\Leftrightarrow 2 \sin(x) \cos(x) + \cos(x) = 0 \\ &\Leftrightarrow \cos(x)(2 \sin(x) + 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow \cos(x) = 0 \text{ OU } \sin(x) = -\frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : \left( x = \frac{\pi}{2} + k\pi \right) \text{ OU } \left( x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi \right). \end{aligned}$$

Dès lors, les solutions dans l'intervalle  $[-\pi, \pi]$  sont  $-\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}$ .

*Remarque : on aurait également pu résoudre l'équation en faisant remarquer que*

$$-\cos(x) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right).$$

*On obtient alors l'équation élémentaire  $\sin(2x) = \sin(x - \frac{\pi}{2})$ .*

**QCM** (Réponse correcte : +1 ; réponse incorrecte : -0,25 ; pas de réponse : 0)

Pour chacune des questions suivantes, choisir parmi les différentes affirmations celle qui est correcte et colorier complètement la case qui la précède.

- Si on divise par deux la mesure du côté d'un cube, alors
 

<input type="checkbox"/> l'aire d'une face du cube est divisée par 2	<input type="checkbox"/> le volume du cube est divisé par 6
<input type="checkbox"/> le périmètre d'une face du cube est divisé par 4	<input type="checkbox"/> une donnée est manquante
<input checked="" type="checkbox"/> Aucune des propositions précédentes n'est correcte.	

